PIC 2021 - Programa de Iniciação Científica

Lista de Exercícios - Ciclo I - Encontro II

Professor: Douglas de Araujo Smigly

2021

(1) Seja uma cultura de bactérias que cresce de forma exponencial em um certo meio. Em determinado momento (tempo inicial) existem 2000 bactérias e após 30 minutos esse número passou para 4.000. Depois de quanto tempo a quantidade de bactérias será 500000? (Utilize $\log_{10} 2 = 0,3$).

(2) Uma liga metálica sai do forno a uma temperatura de $3000°C$ e diminui 1% de sua temperatura a cada 30 minutos. Use $0,477$ como aproximação para $\log_{10} 3$ e $1,041$ como aproximação para $log_{10}11$. O tempo decorrido, em horas, até que a liga atinja $30°C$ é mais próximo de:

(a) 22 ***(b)*** 50. ***(c)*** 100. ***(d)*** 200. ***(e)*** 400.

(3) Determine todos os valores reais de x que satisfazem a inequação $4^{3x-1} > 3^{4x}$.

(4) Seja a equação

$$y^{\log_3 \sqrt{3y}} = y^{\log_3(3y)} - 6,$$

com $y > 0$. Qual é o valor do produto das raízes reais desta equação?

(5) Determine o valor de x nas equações abaixo.

(a) $\log_2 x^2 = \log_2 16$.

(b) $\log_3 8^x = \log_3 64$

(c) $\log_{10} x \cdot \log_{x^2-2} 10 = 1$.

(6) A solução da equação

$$\log_x(x+6) = 2$$

na variável real x, é um número

(a) primo. ***(b)*** par. ***(c)*** negativo. ***(d)*** irracional.

(7) Sabendo que $2^k = 5$, então $\log_{50} 4$ em função de k é igual a

(a) $\dfrac{2}{1+2k}$. ***(b)*** $\dfrac{2}{2+k}$. ***(c)*** $\dfrac{2}{1+k}$. ***(d)*** $\dfrac{1}{1+2k}$. ***(e)*** $\dfrac{1}{1+k}$.

(8) Suponha que a quantidade Q de um determinado medicamento no organismo t horas após sua administração possa ser calculada pela fórmula

$$Q = 15 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{2t},$$

sendo Q medido em miligramas, a expressão que fornece o tempo t em função da quantidade de medicamento Q é:

(a) $t = \log_{10} \sqrt{\frac{15}{Q}}$.

(b) $t = \frac{\log_{10} 15}{2 \log_{10} Q}$.

(c) $t = 10\sqrt{\log_{10}\left(\frac{Q}{15}\right)}$.

(d) $t = \frac{1}{2} \cdot \log_{10}\left(\frac{Q}{15}\right)$.

(e) $t = \log_{10}\left(\frac{Q^2}{225}\right)$.

(9) Em 1996, uma indústria iniciou a fabricação de 6000 unidades de certo produto e, desde então, sua produção tem crescido à taxa de 20% ao ano. Nessas condições, em que ano a produção foi igual ao triplo da de 1996? (Use: $\log_{10} 2 = 0,30$ e $\log_{10} 3 = 0,48$).

(10) Mostre que

$$\ln \sqrt[3]{e^2} + (\log_3 2) \cdot (\log_4 9)$$

é um número racional.

(11) Se $\log_2 \pi = a$ e $\log_5 \pi = b$, então:

(a) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{1}{2}$.

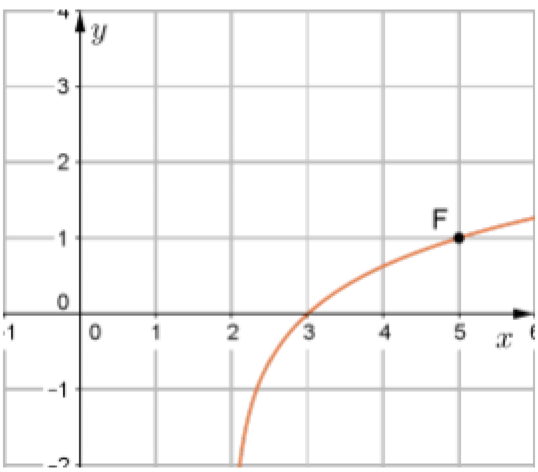
(b) $\frac{3}{2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq 2$.

(c) $\frac{1}{2} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq 1$.

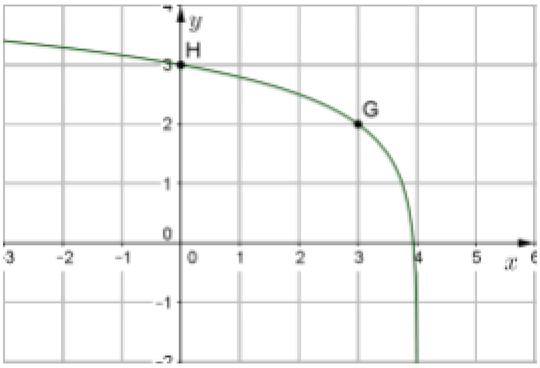
(d) $1 < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{3}{2}$.

(e) $2 < \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

(12) Seja a função $f(x) = \log_3(a + x)$ e o ponto $F(5, 1)$ pertencente à f. Determine o valor de a.



(13) Seja a função $f(x) = a + \log_4(b - x)$, onde a e b são números reais. Se os pontos $G(3, 2)$ e $H(0, 3)$ pertencem À f, determine o s valores de a e b.



(14) A intensidade I de um terremoto, medida na escala Richter, é um número que varia de $I = 0$ até $I = 8,9$ para o maior terremoto conhecido. I é dado pela fórmula:

$$I = \left(\frac{2}{3}\right) \log \left(\frac{E}{E_0}\right)$$

onde E é a energia liberada no terremoto em quilowatt-hora e $E_0 = 7 \times 10^{-3} kWh$.

(a) Qual a energia liberada num terremoto de intensidade 8 na escala Richter?

(b) Aumentando de uma unidade a intensidade do terremoto, por quanto fica multiplicada a energia liberada?

(15) ♥ (ITA 2021) A única solução real da equação

$$7^x = 59^{x-1}$$

pertence ao intervalo:

(a) $\left(0, \frac{2}{5}\right]$ **(b)** $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{3}\right]$ **(c)** $\left(\frac{4}{3}, \frac{5}{2}\right]$ **(d)** $\left(\frac{5}{2}, \frac{10}{3}\right]$ **(e)** $\left(\frac{10}{3}, 4\right]$

(16) ♥ (ITA 2020) Sejam x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 e x_6 números reais tais que $2^{x_1} = 4; 3^{x_2} = 5; 4^{x_3} = 6; 5^{x_4} = 7; 6^{x_5} = 8$ e $7^{x_6} = 9$. Então, o produto $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6$ é igual a

(a) 6 **(b)** 8 **(c)** 10 **(d)** 12 **(e)** 14

(17) ♥ A sequência $a_1, a_2, \ldots$ é uma PG com $a_1 = a$ e razão r, onde a e r são inteiros positivos. Dado que $\log_8 a_1 + \log_8 a_2 + \cdots + \log_8 a_{12} = 2006$, encontre a quantidade de pares (a, r) que satisfazem essa condição.

(18) ♥ Os valores dos lados de um triângulo com área positiva são $\log_{10} 12, \log_{10} 75$ e $\log_{10} n$, onde n é um inteiro positivo. Encontre os possíveis valores de n.

(19) ♥ Seja

$$x = \frac{1}{\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{2}\right)} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{1}{4}\right)} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{7}}\left(\frac{1}{8}\right)}.$$

Então, pode-se afirmar que

(*a*) $1,5 < x < 2$ **(*b*)** $2 < x < 2,5$ **(*c*)** $2,5 < x < 3$ **(*d*)** $3 < x < 3,5$ **(*e*)** $3,5 < x < 4$